Číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0556
Tematická oblast: Analytická geometrie
Dílčí téma: vzájemná poloha dvou přímek v rovině
2.část
Výukový materiál
VY _ 42_INOVACE_RI_MA_13
Autor : Mgr. Šárka Říhová
Škola : SPŠ a VOŠ Příbram

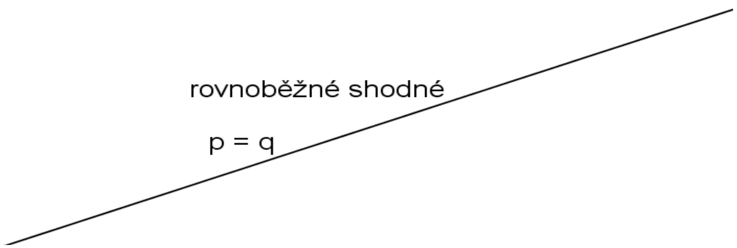
Vzájemná poloha dvou přímek v rovině (2)

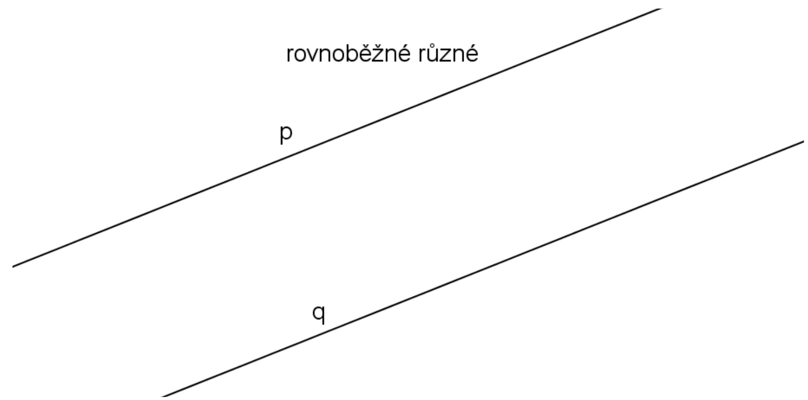
přímky jsou zadány obecnou rovnicí a parametricky

V rovině mohou mít 2 přímky p,q tyto vzájemné polohy:

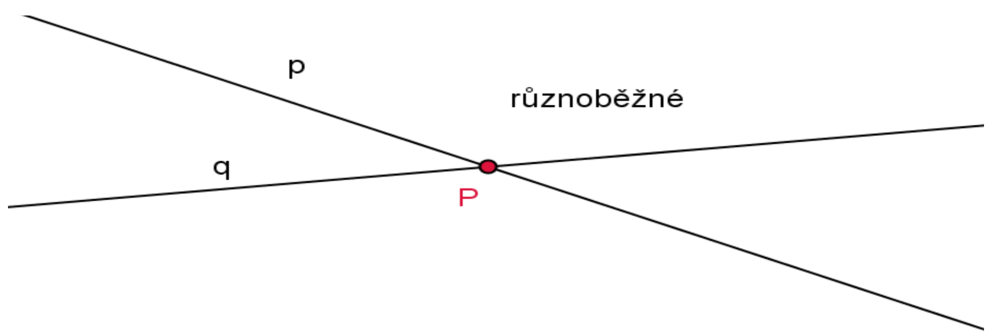
1) ROVNOBĚŽKY a) SHODNÉ $p \cap q = p \text{ nebo } q$

b) RŮZNÉ $p \cap q = \emptyset$





2) RŮZNOBĚŽKY - pak mají jeden společný bod – PRŮSEČÍK



POZOR

kolmost je jen jeden zvláštní případ různoběžnosti !

Vzájemnou polohu „VYČTEME“ ze zadání pomocí vektorů.

Je-li jedna přímka zadaná parametricky a druhá obecně

Např.: p: x = 3 + 5t

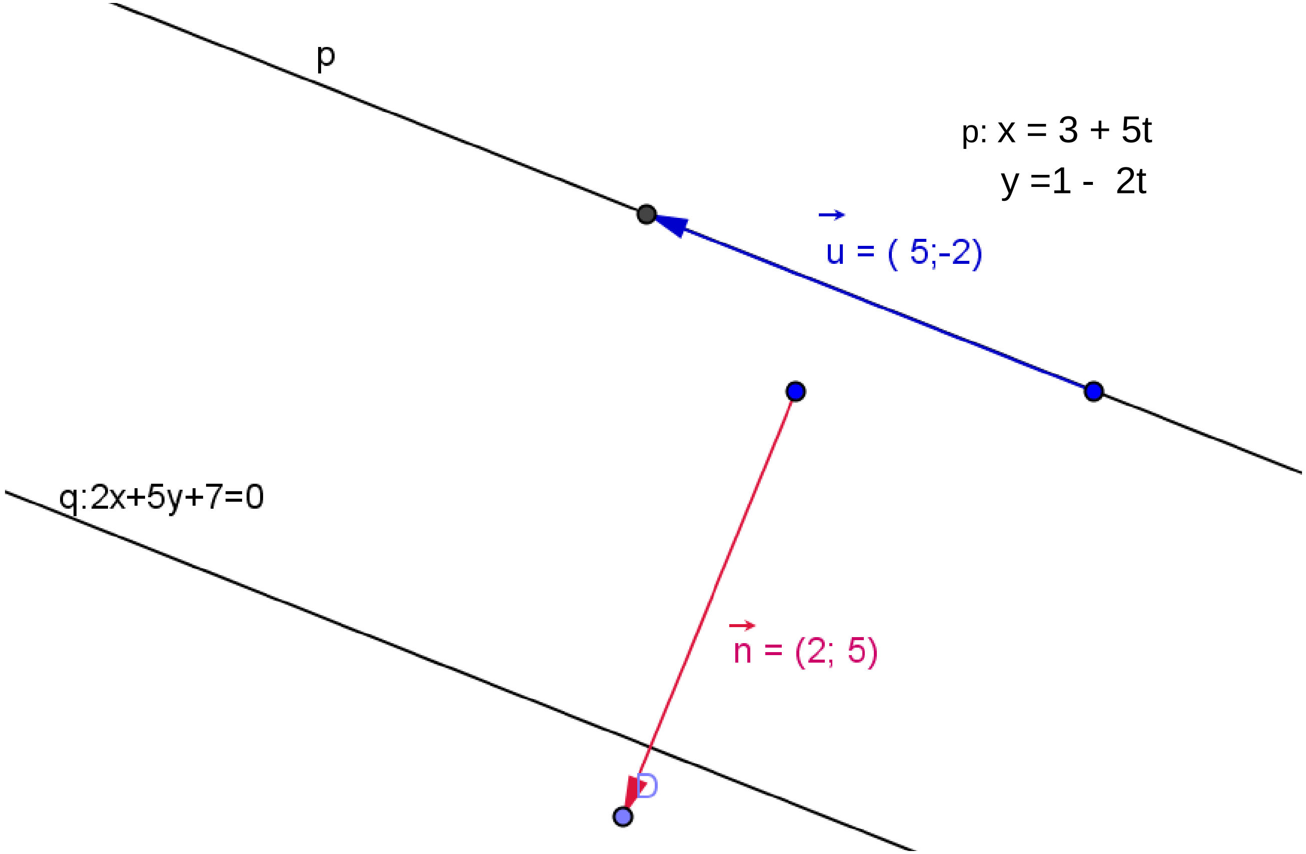
y =1 - 2t

směrový vektor přímky p je: $\vec{u}_p = (5;-2)$

q: 2x + 5y +7 = 0

normálový vektor přímky q je: $\vec{n}_q = (2;5)$

Nyní si tuto situaci načrtneme



Mají-li být tyto 2 přímky navzájem rovnoběžné, musí být jejich vektory navzájem KOLMÉ ! t.j. jejich skalární součin se musí rovnat nule.

V našem případě: $\vec{u}_p \cdot \vec{n}_q = 5 \cdot 2 - 2 \cdot 5 = 0$

Naše přímky p a q jsou tedy ROVNOBĚŽNÉ.

ZÁVĚR:

Máme-li jednu přímku zadanou parametricky a druhou obecnou rovnicí platí:

Jsou-li jejich vektory (směrový a normálový) navzájem kolmé – přímky jsou ROVNOBĚŽNÉ

Nejsou – li kolmé - přímky jsou RŮZNOBĚŽNÉ a mají jeden společný bod

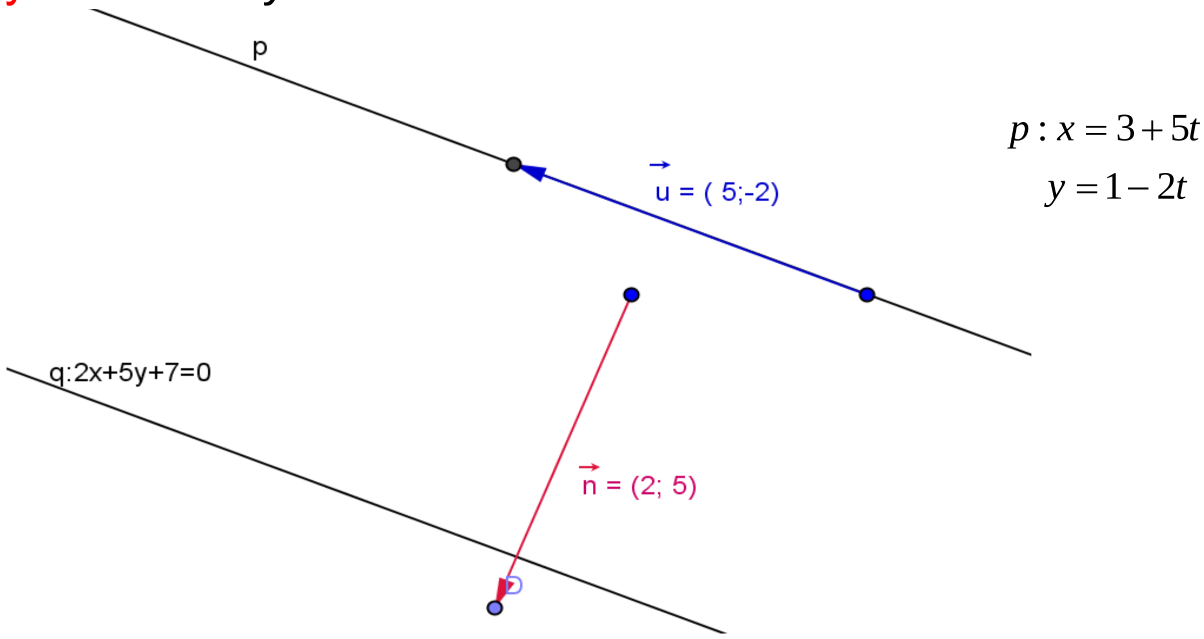
Př. 1: Ověřte, zda přímky z našeho min. příkladu jsou rovnoběžné různé nebo rovnoběžné shodné.

p: $x = 3 + 5t$ q: $2x + 5y + 7 = 0$

$y = 1 - 2t$

Vezmeme jeden jakýkoliv bod z jedné přímky ověříme, zda leží i na druhé přímce.

Jestliže mají 2 rovnoběžné přímky alespoň 1 společný bod - musí mít společné body všechny!! Jsou tedy SHODNÉ.



Nejsnadněji to půjde s bodem P = [3; 1], který leží na p.

Ověřte dosazením P[3;1] do q , zda leží i na q:

$$2 \cdot 3 + 5 \cdot 1 + 7 = 0$$

$$6 + 6 + 7 \neq 0$$

$$\boxed{P \notin q}$$

Bod P neleží na přímce q , to znamená, že přímky p a q jsou navzájem ROVNOBĚŽNÉ RŮZNÉ

Př.2: Rozhodněte vzájemnou polohu přímek a,b.
a: 3x – 7y – 4 = 0 b: x = 1+ 2t y = - 4 + t

Z přímky a vypíšeme vektor normálový: $\overline{n}_a = (3;-7)$

Z přímky b vypíšeme vektor směrový: $\vec{u}_b = (2;1)$

Vypočteme jejich skalární součin:

$$\vec{n}_a \cdot \overline{u}_b = 3 \cdot 2 - 7 \cdot 1 = 6 - 7 \neq 0$$

Vektory na sebe nejsou kolmé – dané přímky nemohou být rovnoběžné = přímky jsou RŮZNOBĚŽNÉ.

Př.3: Zapište k přímce m parametricky jakoukoliv rovnoběžku p.   m: 7x - 4y + 1 = 0

Normálový vektor přímky m je: $\vec{n}_m = (7;-4)$

Přímka p může procházet jakýmkoliv bodem: např.: [2; 8]
a její směrový vektor musí mít nulový skalární součin s vektorem $\vec{n}_m = (7;-4)$

Např.:

$$\boxed{\begin{aligned} x &= 2 + 4t \\ y &= 8 + 7t \end{aligned}}$$

nebo spousty jiných zápisů

Uveďte některé.